Transmission Analogique

1ère GRT

Année Universitaire: 2018-2019

Objectif du cours

- Définir le concept d'une modulation et plus particulièrement la modulation analogique
- Comprendre les motivations et les objectifs de la modulation
- Différencier les types de modulations analogiques et connaître les caractéristiques de chaque type en terme d'indice, de puissance et d'occupation spectrale
- Identifier les avantages et les inconvénients de chaque type de modulation pour justifier le passage d'un type à un autre
- Etudier les dispositifs de démodulation mis en œuvre pour chaque type de modulation

Plan général du cours

- Chapitre 1: Introduction générale
- Chapitre 2 : Modulation d'amplitude AM
- Chapitre 3 : Modulation angulaire (FM et PM)

Chapitre 1

Introduction générale

Scanned by CamScanner

Plan

1. Historique de la transmission du signal en télécommunication
2. Structure générale d 'une chaîne de transmission
3. Transmission en bande de base
4. Utilité de la modulation
5. Modulation
6. Exemples

Historique de la transmission du signal en télécommunication

- Signal sonore (15 Hz à 16 kHz)
  - Transmis via des variations de pression grâce à l'élasticité de l'air
    - ⟶ Portée réduite à quelques mètres
    - ⟶ Forte sensibilité au bruit et à l'interférence

⟹ **Solution:** transformer le signal sonore (basse fréquence) en un signal électromagnétique porté par une onde qui peut aller loin sur un support approprié (câble en cuivre, fibre optique ou faisceau hertzien dans le cas des télécommunications), puis de reconstituer le signal sonore à l'arrivée par décodage du signal électromagnétique

⟶ Principe de la téléphonie/la radio

\+ Portée plus longue

\- Sensibilité au bruit

Historique de la transmission du signal en télécommunication

⟶ Passer du signal de basse fréquence (plus sensible au bruit) à un signal de haute fréquence, et vice versa: **modulation** et **démodulation**

Exemples:

- son sur le réseau radiophonique
- image sur le réseau de télévision

⟹ Principe de la transmission analogique.

Structure générale d'une chaîne de transmission analogique

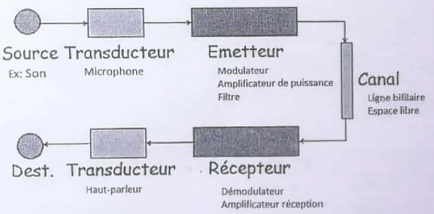


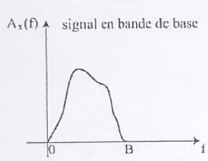
Figure 1: Chaîne de transmission analogique

Scanned by CamScanner

Transmission en bande de base

➢ **Définition**

Une transmission en bande de base (TBB) est une transmission sans modification préalable du spectre du signal au niveau de l'émetteur.



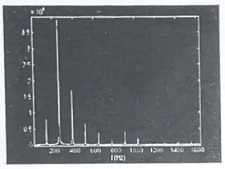


Figure 2: Exemples de Signaux en bande de base

Transmission en bande de base

➢ Avantages de la TBB:

- Émetteurs et récepteurs simples
- Possibilité de multiplexage temporel :Répartition du temps d'utilisation de la totalité de la bande passante entre les différentes communications

Utilité de la modulation

La transmission d'un signal en bande de base (BdeB) peut poser des difficultés pour les raisons suivantes :

- Risque de superposition du bruit lié au fonctionnement des dispositifs industriels pour des signaux de basses fréquences
- Impossibilité de partage direct d'un même canal par plusieurs sources: multiplexage fréquentiel (allocation des fractions de la bande passante à chaque communication)
- Difficulté d'avoir une bonne adaptation de la taille de l'antenne vis-à-vis des signaux transmis en basse fréquence ; la transmission est optimale lorsque les dimensions de l'antenne sont du même ordre que la longueur d'onde

	f_{min}	f_{max}
Son	20 Hz ⇩ λ = 15000 km	20 kHz ⇩ λ = 15 km
Vidéo	20 Hz ⇩ λ = 15000 km	5 MHz ⇩ λ = 60 m

$d = \frac{c}{f}$

Si d↗, longueur d'antenne ↗

Utilité de la modulation

- Impossibilité d'avoir une transmission, dans le canal de transmission, dans de bonnes conditions pour des signaux de basses fréquences

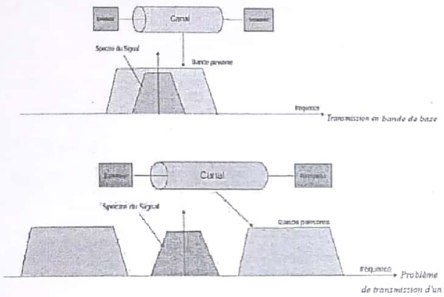
⟹ Translater le spectre du signal BdeB (basse fréquence) en haute fréquence

⟹Modifier le spectre en transformant le signal par un autre mais pas sa bande spectrale (c'est à-dire l'intervalle fréquentiel du signal brut à transmettre)

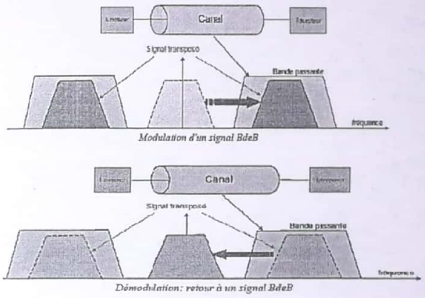
⟹Utiliser une porteuse qui sera adaptée au milieu de transmission. Cette porteuse sera modulée (modifiée) en fonction du signal utile (l'information à transmettre)

Scanned by CamScanner

Utilité de la modulation



Utilité de la modulation



Modulation

Définition :

On appelle transmission en bande transposée ou modulation une transmission avec modification préalable du spectre du signal à transmettre des basses fréquences en hautes fréquences

La modulation utilise généralement 2 signaux :

- le message analogique ou numérique, appelé signal **modulant** ou message (BF)
- un signal de la **porteuse** (HF)

⟹ Le signal résultant de la transformation de la porteuse par le modulant: signal **modulé**

Modulation

➢ **Avantages de la modulation**

- Adaptation du signal modulé aux caractéristiques fréquentielles du canal de transmission
- Rayonnement possible dans une antenne

$f_{min} = 495$ MHz ⇩ $\lambda_{max} = 60.6$ cm

$f_{max} = 505$ MHz ⇩ $\lambda_{min} = 59.4$ cm

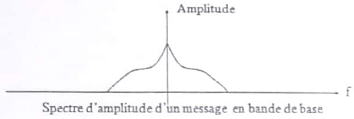
- Transmission possible à longue distance (ex: satellites)
- Moindre sensibilité au bruit et aux parasites externes

Scanned by CamScanner

Modulation

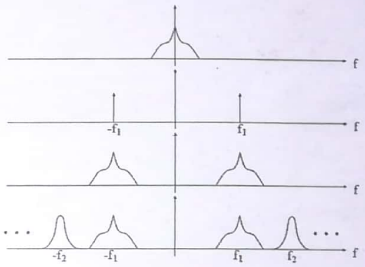
➢ **Avantages de la modulation**

Transmissions simultanées : possibilité de multiplexage fréquentiel



Spectre d'amplitude d'un message en bande de base

Modulation

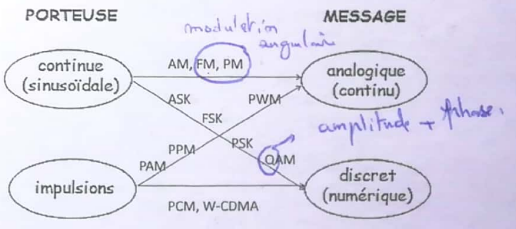


Modulation

➢ **Inconvénients de la modulation**

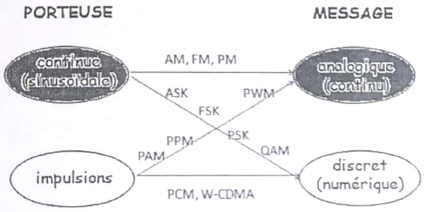
- Systèmes plus complexes : risque d'augmentation de la dégradation du signal due aux équipements
- Bande de fréquences à l'émission plus importante que celle du message

Exemples de modulations



Scanned by CamScanner

Exemples de modulations



Chapitre 2

Modulation d'amplitude AM

Plan

1. Principe de la modulation AM : DBAP (Double Bande Avec Porteuse),
   1.1. Réponse temporelle
   1.2. Réponse fréquentielle
   1.3. Puissance
   1.4. Démodulation par détection d'enveloppe

2. Différentes sortes de modulations AM
   2.1. DBSP (Double Bande Sans Porteuse)
      - Réponse temporelle et fréquentielle
      - Puissance
      - Démodulation
   2.2. SSB (Single side bande)
      - Sélection d'une bande : Transformation de Hilbert
      - Démodulation
   2.3. VSB (Vestigial-Side band Modulation)
      - Filtrage VSB
      - Synthèse en bande de base
      - Démodulation

Principe de la Modulation AM

➢Première modulation employée en Télécommunication vue sa simplicité de mise en œuvre

➢Elle permet de transmettre des informations à longue distance grâce à la transposition du spectre du signal dans une bande de fréquence adaptée au canal de transmission choisi.

➢Un signal modulé en amplitude varie au rythme du signal modulant (message).

Scanned by CamScanner

Modulation DBAP

Réponse temporelle

On prendra les définitions suivantes pendant tout le chapitre:

- **Signal utile ou modulant**: $u(t)$
- **Porteuse**: $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$

Cas d'un signal utile sinusoïdal: $u(t) = A_u \cos(2\pi f_u t)$

On rappelle que f_u est très inférieure à f_p: $f_u <<<< f_p$

Dans le cas général, la fréquence maximale du signal utile est très inférieure à f_p.

Le principe de la modulation d'amplitude consiste à **injecter le signal utile** dans **l'amplitude de la porteuse**

$$s(t) = g(u(t))p(t)$$

Où $g(u(t))$ est une fonction linéaire du signal utile à transmettre

$$\Longrightarrow s(t) = K(1+ku(t))p(t)$$ avec k et K: deux constantes

Réponse temporelle

- Si on développe cette expression pour le cas d'une sinusoïde pure, on obtient

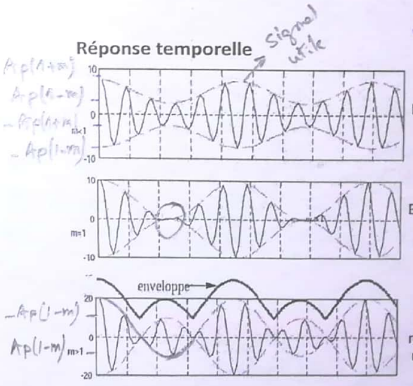
$$s(t) = K(1 + kA_u cos(2\pi f_u t))A_p cos(2\pi f_p t)$$

- On définit le taux ou indice de modulation, noté m, tel que : $m = kA_u$.
- Ce taux est un paramètre important car il conditionne l'allure du signal modulé s(t).
- Afin de simplifier l'écriture, on prendra pour la suite K=1. On note alors:

$$s(t) = A_p(1 + m\, cos(2\pi f_u t))\, cos(2\pi f_p t)$$

Réponse temporelle

démodulation est faite par un détecteur de crête



$m < 1$
Enveloppe qui ressemble au signal utile

$m = 1$
Enveloppe qui ressemble au signal utile mais on est à la limite

passage à 0 entraine inversion de phase

$m > 1$
Enveloppe qui ne ressemble plus au signal utile, on dit qu'on est en surmodulation (2 signaux entre eux)

$m < 1$: L'enveloppe du signal modulé reprendra exactement la forme du signal modulant (utile)
$m = 1$: On ne peut pas utiliser le détecteur de crête parce que l'enveloppe un signal qui fait intervenir 2 enveloppes dans ce cas le démodulation ne sera faite que par un démodulateur synchrone.

Scanned by CamScanner

Réponse temporelle

Conclusion : Quand m > 1, alors l'allure de l'enveloppe n'est plus celle du signal utile. On parle de surmodulation. Ce cas nécessite alors lors de la démodulation un système approprié afin de retrouver le signal utile

Réponse temporelle

- Cas d'un signal modulant quelconque u(t)

$$s(t) = A_p(1+ku(t))\cos(2\pi f_p t)$$

⟹ L'indice de modulation dans ce cas:

$$m = \max|ku(t)|$$

- Cas général où le signal modulé est sous la forme suivante:

$$s(t) = A_p(u_0 + ku(t))\cos(2\pi f_p t)$$

u_0 une constante positive

⟹ L'indice de modulation $m = \dfrac{\max|ku(t)|}{u_0}$

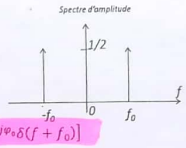
Pour éviter la surmodulation $m <= 1$, sinon on aura des passages par zéro de l'enveloppe et le signal modulé souffre de distorsion d'enveloppe

Spectre du signal modulé AM

Rappel:

- Formules Trigonométriques:

1. $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$
2. $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
3. $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$



- Spectre d'un signal Sinusoïdal:

1. $TF(\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)) = \frac{1}{2}\left[e^{j\varphi_0}\delta(f-f_0) + e^{-j\varphi_0}\delta(f+f_0)\right]$
2. $TF(\sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)) = \frac{1}{2j}\left[e^{j\varphi_0}\delta(f-f_0) - e^{-j\varphi_0}\delta(f+f_0)\right]$

Spectre d'un signal AM

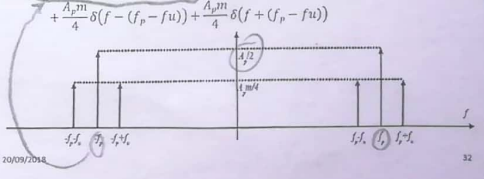
On suppose encore une fois que le signal modulant est sinusoïdal

$$s(t) = A_p(1 + m\cos(2\pi f_u t))\cos(2\pi f_p t)$$
$$= A_p\cos(2\pi f_p t) + \frac{A_p m}{2}\cos(2\pi(f_p + f_u)t) + \frac{A_p m}{2}\cos(2\pi(f_p - f_u)t)$$

En passant à la transformée de Fourier (TF), on obtient

$$S(f) = \frac{A_p}{2}\delta(f-f_p) + \frac{A_p}{2}\delta(f+fp) + \frac{A_p m}{4}\delta(f-(f_p+f_u)) + \frac{A_p m}{4}\delta(f+(f_p+fu)) + \frac{A_p m}{4}\delta(f-(f_p-fu)) + \frac{A_p m}{4}\delta(f+(f_p-fu))$$

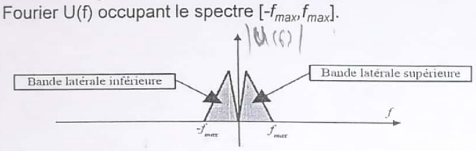
$f_0 = f_p + f_u$



Scanned by CamScanner

Spectre du signal modulé AM

- Cas d'un signal modulant quelconque u(t) de transformée de Fourier U(f) occupant le spectre $[-f_{max}, f_{max}]$.



Comme le signal *u(t)* est réel, *U(f)* est symétrique et donc connaissant une bande latérale parmi les deux, il est possible de construire l'autre par symétrie.

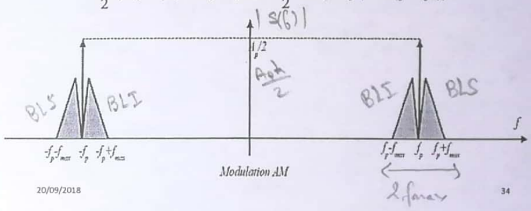
Spectre du signal modulé AM

$$s(t) = A_p(1 + ku(t))\cos(2\pi f_p t)$$

En passant par la transformée de Fourier (TF), on obtient

$$S(f) = \frac{A_p}{2}(1 + kU(f)) * (\delta(f - f_p) + \delta(f + f_p))$$

$$= \frac{A_p}{2}(\delta(f - f_p) + \delta(f + f_p)) + \frac{A_p k}{2}(U(f - f_p) + U(f + f_p))$$



Spectre du signal modulé AM

- Seule la partie du spectre correspondant aux fréquences positives a une signification physique: notion de fréquences négatives n'existe pas en réalité.
- Le spectre du signal modulé comporte:
  - une raie de la porteuse non modulée à la fréquence f_p,
  - une bande à droite de f_p est dite **Bande Latérale Supérieure** (BLS) ;
  - une bande à gauche de f_p est dite **Bande Latérale Inférieure** (BLI).

⟹ Modulation double bandes latérales avec porteuse (DBLP)

Spectre du signal modulé AM

- $B_{modulant} = f_{max}$
- $B_{modulé} = 2f_{max}$

⟹ La transmission d'un signal modulé nécessite donc une bande de fréquence égale à deux fois la bande du signal modulant

$$B_{modulé} = 2B_{modulant}$$

Scanned by CamScanner

$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

Puissance

- Deux méthodes pour le calcul de la puissance:
  - Méthode temporelle

$$P_s = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)^2 dt$$

⟹ utilisant les relations de trigonométrie usuelles

  - Méthode fréquentielle: en raisonnant sur le spectre du signal modulé (théorème de Parseval)

$$P_s = \sum_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2$$

Puissance

- Cas d'un signal modulant sinusoïdal: le signal modulé est aussi sinusoïdal.
  - Méthode temporelle

$$\begin{aligned} P_s &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)^2 dt \\ &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A_p^2 \cos^2(2\pi f_p t) + \frac{A_p^2 m^2}{4} \cos^2(2\pi(f_p+f_u)t) + \frac{A_p^2 m^2}{4} \cos^2(2\pi(f_p-f_u)t) dt \\ &= \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2}{4} m^2 \end{aligned}$$

  - Méthode fréquentielle

P_s correspond à la somme des carrés des amplitudes des raies

$$P_s = 2\left\{\left(\frac{A_p^2}{4}\right) + \left(m^2 \frac{A_p^2}{16}\right) + \left(m^2 \frac{A_p^2}{16}\right)\right\} = \left(\frac{A_p^2}{2}\right) + \left(m^2 \frac{A_p^2}{4}\right)$$

↑ utile

↑ parasite

Puissance

- Cas d'un signal modulant quelconque

$$s(t) = A_p(1 + mu(t))\cos(2\pi f_p t)$$

m est une constante dans ce cas

  - Méthode fréquentielle

$$P_s = 2\left\{\left(\frac{A_p^2}{4}\right) + \left(m^2 \frac{A_p^2}{4} P_u\right)\right\} = \left(\frac{A_p^2}{2}\right) + \left(m^2 \frac{A_p^2}{2} P_u\right)$$

Où P_u est la puissance moyenne du signal modulant $u(t)$.

Puissance

- Raisonnons maintenant sur l'expression temporelle du signal modulé:

$$\begin{aligned} P_s &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)^2 dt \\ &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A_p^2 (1 + k \times u(t))^2 \cos^2(2\pi f_p t) dt \\ &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A_p^2 (1 + k \times u(t))^2 \frac{1+\cos(4\pi f_p t)}{2} dt \\ &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{A_p^2}{2} (1 + k \times u(t))^2 dt \\ &= \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2}{2} k^2 \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t)^2 dt + A_p^2 k \underbrace{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt}_{0} \\ &= \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2}{2} k^2 P_u \end{aligned}$$

le signal utile n'a pas de composante continue, car si ce n'est pas le cas, cette composante consomme de l'énergie sans pour autant ajouter une information utile.

Scanned by CamScanner

Puissance

- La porteuse non modulée consomme une partie importante de la puissance. Dans le cas particulier où le signal modulant est une sinusoïde, on a $\left(\frac{A_p^2}{2}\right)$ consommé par la porteuse, et $\left(m^2\frac{A_p^2}{4}\right)$ pour le signal utile, avec un maximum obtenu pour m = 1.
- La porteuse consomme plus que le double de la puissance attribuée au signal d'information.

⟹ Cette modulation est inefficace en terme de puissance

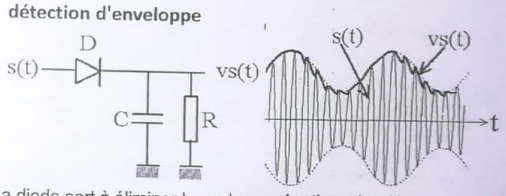
Puissance

- Cette modulation est inefficace en terme de bande passante. Les bandes latérales supérieure et inférieure sont reliées l'une à l'autre par des relations de symétrie conjuguée dont jouissent les spectres des signaux réels.
- Connaissant l'une, on peut donc retrouver l'autre avec certitude. Il est donc inutile de transmettre les deux bandes latérales. La bande dont on devrait pouvoir se satisfaire en RF (comprendre l'intervalle de fréquences positives) est la même que la bande de base occupée par le signal modulant.

détection d'enveloppe

- L'expression de la modulation d'amplitude nous montre que le signal modulé AM a une enveloppe qui est exactement l'image du signal modulant, indépendamment de la fréquence de la porteuse. La démodulation peut donc être réalisée très facilement en extrayant l'enveloppe du signal modulé, sans souci à propos de la récupération de la fréquence ou de la phase de la porteuse.
- La solution est à base d'un filtrage passe-bas (circuit RC) qui élimine la porteuse.

détection d'enveloppe



- La diode sert à éliminer les valeurs négatives de *s(t)*.
- Le circuit RC agit par la suite comme un filtre passe-bas, il élimine alors les variations rapides de la porteuse. En effet, la capacité se décharge lentement quand *s(t)* décroit rapidement avec la fréquence de la porteuse, ce qui permet de s'approcher de l'enveloppe.
- Finalement pour lisser la courbe de *vs(t)*, il est possible d'ajouter un circuit bloqueur en cascade avec ce circuit.

Scanned by CamScanner

Différents types de modulation AM

Dans le contexte des modulations AM, une classification qui dépend de la fonction dont le signal modulé et la porteuse sont reliés au message de départ u(t).

– lorsque on transmet uniquement les deux bandes latérales, et pas de porteuse, on a un signal du type double bande latérale et à porteuse supprimée (DSB-SC, double side band suppressed carrier);

– lorsque on ne transmet que l'une des bandes latérales, on parle de modulation à bande latérale unique (SSB, single side band) ;

– il arrive qu'on transmet une bande latérale et un résidu de l'autre. Dans ce cas, on parle de modulation à bande latérale résiduelle (VSB, vestigial side band).

$-\cos a = \cos(a+\pi)$

Modulation DSB-SC

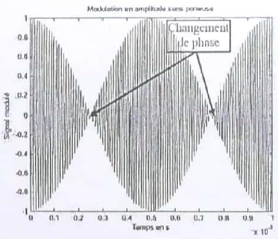
$$A(t) = U(t) \times p(t)$$
$$= A_p\, U(t) \cos(2\pi f_p t)$$

Modulation DSB-SC: Réponse temporelle

Le signal modulé s(t) s'écrit tout simplement comme étant le produit entre le signal modulant et la porteuse

$$s(t) = A_p.u(t).cos(2.\pi f_p t)$$

Le signal modulé contient cette fois des changements de phase chaque fois où le signal modulant u(t) passe par 0. De ce fait, l'amplitude du signal modulé n'est pas égale au signal modulant.



Modulation DSB-SC: Réponse fréquentielle

En passant dans le domaine fréquentiel, il est facile de montrer que:

$$S(f) = \frac{A_p}{2}.\left(U(f-f_p) + U(f+f_p)\right)$$

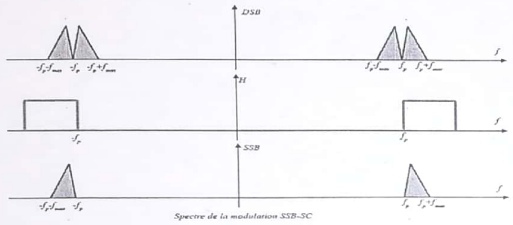


- La modulation déplace simplement le spectre du signal modulant autour de la porteuse (f_p et $-f_p$).
- La bande occupée par le signal modulé est deux fois celle occupée par le signal modulant, à savoir $2f_{max}$.

Scanned by CamScanner

Modulation SSB-SC: Principe

Signal modulé à bande latérale unique: peut être dérivé à partir d'un signal modulé du type DSB-SC, en gommant un des deux lobes (aussi bien pour les fréquences positives, que pour les fréquences négatives) avec un filtre H.



Spectre de la modulation SSB-SC

Modulation SSB-SC: Principe

-Le problème pratique qui se pose est précisément l'élimination de la bande non souhaitée. Plus la fréquence inférieure du signal modulant est proche de 0, plus la bande latérale à éliminer sera proche de la bande latérale à garder.

- Pour qu'une modulation SSB soit possible, il faut donc que le spectre du signal modulant ne s'étende pas jusqu'au DC (i.e., à moyenne nulle).

- La solution trouvée pour garder une seule bande est plutôt dans le domaine temporel. A partir du signal en bande de base, $u(t)$, on construit le signal analytique $u_a(t)$ qui ne contient que la BLS et le signal analytique $u_b(t)$ qui ne contient que la BLI puis on les transmet en haute fréquence.

Modulation SSB-SC: Principe

- le signal analytique $u_a(t)$ est donné par:

$$u_a(t) = \frac{1}{2}(u(t) + j\hat{u}(t))$$

Avec $\hat{u}(t)$ est la transformée de Hilbert du signal utile u(t)

$$\hat{u}(t) = \frac{1}{\pi . t} * u(t)$$

- Rappelons que:

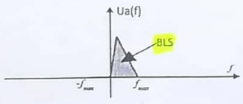
$$TF\left[\frac{1}{j\pi . t}\right] = -sign(f)$$

- Donc

$$U_a(f) = \frac{1}{2}(U(f) + j\hat{U}(f))$$

$$= \frac{1}{2}(U(f) - j.j.sign(f)U(f))$$

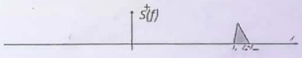
$$= \frac{1}{2}U(f)(1 + .sign(f))$$



Modulation SSB-SC: Principe

- La bande LS doit être translatée à droite de la porteuse (f_p). Cette opération est effectuée par la multiplication par une fréquence pure:

$$S^+(f) = U_a(f - f_p)$$



$$\Longrightarrow s^+(t) = u_a(t)\exp(j2\pi f_p t)$$

Scanned by CamScanner

Modulation DSB-SC: Puissance

On montre que dans ce cas:

$$P_s = 2\frac{A_p^{\,2}}{4}P_u$$

$$= \frac{A_p^{\,2}}{2}P_u$$

La puissance moyenne du signal modulé est égale à la puissance utile. Le terme de la puissance de la porteuse non modulée est supprimé ⟶ rendement de modulation 100%

⟹ Modulation efficace en terme de puissance mais inefficace en terme de bande passante ($B_{module}=2B_{modulant}$)

Modulation DSB-SC: Démodulation

Générateur de HF

- Au niveau du récepteur, il est possible de récupérer le signal utile en multipliant le signal modulé par une sinusoïde générée localement donnée par:

$$p(t) = cos(2.\pi f_p t + \emptyset)$$

- Le déphase ∅ vient du fait que le récepteur ne connaît pas a priori la phase de l'émetteur. La multiplication donne

$$s(t).p(t) = A_p.u(t).cos(2.\pi f_p t)\ cos(2.\pi f_p t + \emptyset)$$
$$= \frac{A_p}{2}u(t)[\cos(\emptyset) + \cos(4\pi f_p t + \emptyset)]$$

car on travaille toujours basse fréquence.

le récepteur ne connaît pas la phase mais il connaît les fréquences.

Différents types de modulation AM: Démodulation

- Si on filtre ce signal par un filtre passe-bas, on obtient comme résultat le signal $u_d(t)$ donné par

$$u(t) = \frac{A_p}{2}u(t)cos(\emptyset)$$

- Il est clair que lorsque le déphasage ∅ est nul, l'amplitude du signal reçu est maximale ce qui permet une meilleure utilisation du signal émis.

⟹ Solutions de correction (asservissement) du déphase:
- Boucle de Costas
- Boucle à verrouillage de phase (Phase Locked Loop = PLL)

Modulation SSB-SC

Scanned by CamScanner

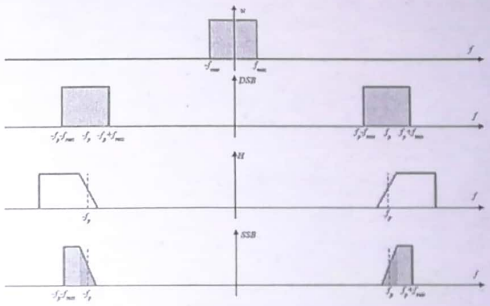
Modulation *VSB*

- Dans la modulation à bande latérale résiduelle (Vestigial-Sideband Modulation, VSB), on transmet presque totalement une bande latérale, et un résidu de l'autre avec pour objectif de compenser ou reconstruire ce qui manque dans la première.

- Une façon simple de synthétiser un tel signal est de:
  - synthétiser un signal modulé DSB-SC ;
  - passer ensuite le signal obtenu dans un filtre particulier.

- C'est la forme de la transmittance du filtre qui distingue la modulation VSB (garder une bande latérale mais pas entière et un résidu de l'autre) de la modulation SSB (garder une bande latérale unique mais entière, donc pas besoin d'un résidu) .

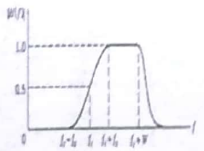
Modulation *VSB: Principe*



Différents types de modulation AM: *VSB*

- Pour faire une modulation VSB, le filtre H doit être bien spécifique.
- La partie résiduelle à gauche vient compléter la partie manquante de la bande latérale à droite et inversement ce qui va permettre de conserver toute l'information contenue dans le signal utile.

- Signaux et filtres sont réels
➔ Partie négative du spectre est déduite par symétrie conjuguée.
- Partie positive du spectre de H est appelée H_+ alors que la partie négative est appelée H_-.
➔ $H_-(-f) = H_+^*(f)$



- Afin de reconstruire correctement le signal utile, sa bande passante f_{max} doit nécessairement être inférieure à W.

Modulation VSB: Condition sur le filtre *H*

- Comme dans le cas de la modulation SSB, le signal modulé s(t) peut être divisé en deux parties $s^+(t)$ et $s^-(t)$ dont les spectres sont situés respectivement dans la partie des fréquences positives et négatives
- Ces deux signaux peuvent être écrits comme suit:

$$s^+(t) = s(t) + j\hat{s}(t)$$
$$s^-(t) = s(t) - j\hat{s}(t)$$

- Ces deux signaux sont obtenus à partir du signal utile comme suit:

$$S^+(f) = H_+(f)U(f - f_p)$$
$$S^-(f) = H_-(f)U(f + f_p)$$

Scanned by CamScanner

Modulation SSB-SC: Principe

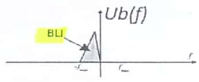
- Le même traitement doit être transposé pour les fréquences négatives afin de construire $s_-(t)$.

➔ Il faut garder seulement la bande latérale inférieure du signal bande de base $u(t)$. Soit

$$u_b(t) = \frac{1}{2}(u(t) - j\hat{u}(t))$$
$$= \frac{1}{2}(u(t) - j\frac{1}{\pi . t} * u(t))$$

- Par passage dans le domaine fréquentiel, on obtient

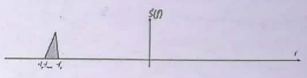
$$U_b(f) = \frac{1}{2}(U(f) - j\hat{U}(f))$$
$$= \frac{1}{2}U(f)(1 - sign(f))$$



Modulation SSB-SC: Principe

- Par transposition de $u_b(t)$ sur la fréquence de la porteuse ($-f_p$):

$$S^-(f) = U_b(f + f_p)$$



$$\Rightarrow s^-(t) = u_b(t)\exp(-j2\pi f_p t)$$

- Le signal SSB total s'obtient en sommant $s_+(t)$ et $s_-(t)$

$$s(t) = u_a(t).exp(j.2.\pi.f_p.t) + u_b(t).exp(-j.2.\pi.f_p.t)$$
$$= u(t)cos(2.\pi.f_p.t) - \hat{u}(t)sin(2.\pi.f_p.t)$$

Remarque

- Il faut noter finalement que dans ce type de modulation on a besoin de calculer la transformé de Hilbert du signal utile.
- Cette opération n'est pas facile à réaliser en pratique à cause de la fonction 1/t qui n'est pas définie en 0.

Démodulation SSB-SC

- Dans le domaine fréquentiel, la démodulation consiste à translater les deux bandes du signal $S(f)$ à la fréquence 0.

➔ avancer $S_-(f)$ de f_p et de retarder $S_+(f)$ de f_p. Le signal démodulé est noté $U_d(f)$ est donné par:

$$U_d(f) = S^-(f - f_p) + S^+(f + f_p)$$
$$= U_a(f) + U_b(f)$$
$$= \frac{1}{2}U(f)(1 + sign(f)) + \frac{1}{2}U(f)(1 - sign(f))$$
$$= U(f)$$

- Dans le domaine temporel, $u_d(t)$ est donné par:

$$u_d(t) = s^-(t)\exp(j2\pi f_p t) + s^+(t)\exp(-j2\pi f_p t)$$
$$= u_a(t) + u_b(t)$$
$$= u(t)$$

Modulation VSB

Scanned by CamScanner

Modulation VSB: Synthèse en bande de base de la VSB

- Le signal VSB est alors obtenu par modulation de $u+ju_q$ et $u-ju_q$ respectivement sur les fréquences f_p et $-f_p$.

$$s(t)=\frac{1}{2}(u(t)+ju_I(t))\exp(j2\pi f_p t)+\frac{1}{2}(u(t)-ju_I(t))\exp(-j2\pi f_p t)$$
$$=u(t)\cos(2\pi f_p t)-u_I(t)\sin(2\pi f_p t)$$

Scanned by CamScanner

Modulation VSB: Condition sur le filtre *H*

-Pour reconstruire le signal utile, il faut avancer $S_+(f)$ de f_p et retarder $S_-(f)$ de f_p.

- Le signal démodulé est noté U_d:

$$\begin{aligned} U_d(f) &= S^+(f+f_p) + S^-(f-f_p) \\ &= H_+(f+f_p)U(f) + H_-(f-f_p)U(f) \\ &= U(f).\left(H_+(f+f_p) + H_-(f-f_p)\right) \\ &= U(f).\left(H_+(f+f_p) + H_+^*(f_p-f)\right) \end{aligned}$$

- La dernière égalité provient de la relation de symétrie conjuguée du filtre H. Pour que le signal démodulé soit une image fidèle du signal modulant, la condition nécessaire est suffisante est

$$H_+(f+f_p) + H_+^*(f_p-f) = 1$$

- Cette égalité veut dire que le signal éliminé à gauche de f_p est composé par le signal à droite de façon que la somme soit =1.

Modulation VSB: Synthèse en bande de base de la VSB

- Comme dans le cas de la SSB, il est possible de construire un signal en quadrature modifié, $u_q(t)$, (i.e., pas nécessairement la transformation de Hilbert) obtenu aussi par un filtre linéaire appelé h_q.

- Le spectre du signal total ***½(u(t)+ju$_q$(t))*** déplacé au tour de la fréquence f_p donne $H_+(f).U(f-f_p)$.

- Dès lors, on obtient la relation suivante

$$U(f-f_p) + j.H_q(f-f_p)U(f-f_p) = 2.H_+U(f-f_p)$$

- D'où, il est possible de lier H_q à H_+ comme suit,

$$H_q(f) = j[1-2.H_+(f+f_p)]$$

Modulation VSB: Synthèse en bande de base de la VSB

- Pour la partie négative du spectre, on doit utiliser le signal ***½(u(t)-ju$_q$(t))*** qui doit être modulé autour de la fréquence $-f_p$.

- Dans ce cas, on obtient:

$$U(f+f_p) - j.H_q(f+f_p)U(f+f_p) = 2.H_-U(f+f_p)$$

- D'où, il est possible de lier H_q à H_+ comme suit:

$$H_q(f) = j[2.H_-(f-f_p) - 1]$$

Modulation VSB: Synthèse en bande de base de la VSB

- Cette deuxième expression de H_q doit être redondante avec la première sinon le problème n'a pas de solution.

- Pour montrer cette égalité, on va utiliser successivement la relation pour les filtres réelles liant H_+ et H_- et la condition de reconstruction liant H_+^* à H+.

$$\begin{aligned} H_q(f) &= j[2H_+^*(f_p-f) - 1] \\ &= j[2 - 2H_+^*(f_p+f) - 1] \\ &= j[1 - 2H_+(f_p+f)] \end{aligned}$$

➔ On se retrouve ainsi avec la première équation de H_q ce qui prouve la validité du filtre.

Scanned by CamScanner

Chapitre 3

Modulations angulaires

Plan

1. Définition de la modulation angulaire
   1.1. Principe
   1.2. Modulations FM et PM
   1.3. Relation entre les deux modulations angulaires FM et PM
2. Modulation FM
   2.1. Modulation FM à bande étroite
      - Définition
      -Bande passante
   2.2. Modulation FM à large bande
      - Définition
      -Spectre
      - Puissance
      - Bande passante
3. Production des signaux FM
      - Méthode directe à base de VCO
      - Méthode indirecte
4. Démodulation FM

Introduction

- Au lieu de modifier l'amplitude de la porteuse en fonction du signal modulant, il est possible de coder l'information bande de base à travers la modification de la phase ou la fréquence du signal utile.

  ➔On parle alors de modulation angulaire.

Avantage:

- La modulation angulaire procure une meilleure protection face au bruit et aux interférences que la modulation d'amplitude (surtout pour un bruit faible).

Inconvénient:

Augmentation de la bande de fréquence de transmission

Définition

- Un signal modulé s(t) peut s'écrire toujours sous la forme:

$$s(t) = A_i(t)cos(\varphi_i(t))$$

Avec A_i l'amplitude instantané et φ_i la phase instantanée.

- Dans le cas d'une modulation angulaire, l'amplitude de la porteuse est constante ($A_i(t)=A_p$) alors que la phase instantanée est variable et elle contient l'information utile à transmettre.

- La fréquence instantanée est définie par:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi_i(t)}{dt}$$

Scanned by CamScanner

Définition

- Il y a plusieurs façons selon lesquelles on peut moduler la phase de la porteuse avec le signal modulant. Les plus communes sont **la modulation de phase** et **la modulation de fréquence**.

- **Modulation de phase**

Pour un signal modulant, m(t), donné, la phase instantanée est donnée par:

$$\varphi_{i(t)} = 2\pi f_p t + k_p . m(t)$$

La partie $2\pi f_p t$ représente la phase instantanée de la porteuse non modulée, et k_p représente la sensibilité du modulateur de phase.

- Le signal modulé est donc donné par:

$$s(t) = A_p cos(2\pi f_p t + k_p . m(t))$$

Définition

- **Modulation de fréquence**

C'est la fréquence instantanée qui est modifiée linéairement avec le signal modulant. On obtient alors:

$$f_i(t) = f_p + k_f . m(t)$$

où f_p est la fréquence de la porteuse non modulée et k_f est la sensibilité du modulateur de fréquence.

- La phase instantanée est donc donnée par:

$$\varphi_{i(t)} = 2\pi \int_0^t f_i(\tau) d\tau = 2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$

- Le signal modulé en fréquence est donné par:

$$s(t) = A_p cos\left[2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau\right]$$

Comparaison des deux types de modulation

- En comparant les expressions *s(t)* dans les deux types de modulation, on remarque que:

- le signal modulé en fréquence peut être interprété comme un signal modulé en phase, avec un signal modulant donné par:

$$m_1(t) = 2\pi \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$

- Réciproquement, un signal modulé en phase peut être vu comme un signal modulé en fréquence par un signal modulant donné par:

$$m_2(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d(m(t))}{dt}$$

- Vu l'équivalence entre les deux sortes de modulation, dans la suite, on va traiter uniquement le cas de la modulation de fréquence

Bande passante de la modulation FM

- La définition de la modulation FM montre bien que le signal modulé s(t) est une fonction non linéaire du signal modulant m(t). De ce fait, le spectre du signal modulé n'est pas en relation simple avec celui du signal modulant ce qui entraîne une analyse plus compliquée que dans le cas de l'AM.

- Afin de simplifier le problème, nous allons traiter au départ les deux cas simples suivants:
  - signal modulant sinusoïdal à bande étroite;
  - signal modulant sinusoïdal à large bande.

Scanned by CamScanner

Bande passante de la modulation FM

- Le signal modulant est donné par:

$$m(t) = A_m cos(2\pi f_m t)$$

- La porteuse est donnée par:

$$p(t) = A_p cos(2\pi f_p t)$$

- La fréquence instantanée du signal modulé est donnée par:

$$f_i(t) = f_p + k_f A_m cos(2\pi f_m t)$$
$$= f_p + \Delta_f cos(2\pi f_m t)$$

avec $\Delta f = k_f A_m$ représente la déviation de fréquence qui représente l'écart maximal que la fréquence instantanée du signal modulé peut avoir par rapport à la fréquence de la porteuse non modulée.

Il est important de mentionner que cette déviation est **proportionnelle** à l'amplitude du signal modulant et **indépendante** de la fréquence de ce signal modulant.

Bande passante de la modulation FM

- La phase instantanée du signal modulant est donnée par:

$$\varphi_{i(t)} = 2\pi f_p t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$
$$= 2\pi f_p t + 2\pi k_f A_m \int_0^t cos(2\pi f_m \tau) d\tau$$
$$= 2\pi f_p t + \frac{\Delta f}{f_m} sin(2\pi f_m t)$$
$$= 2\pi f_p t + \beta sin(2\pi f_m t)$$

- Le rapport $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$(mesuré en radian) est appelé **indice de modulation** du signal FM.
- Le signal modulé FM est finalement donné par:

$$s(t) = A_p cos[2\pi f_p t + \beta sin(2\pi f_m t)]$$

  - β<< 1 rad ➔ Modulation FM a bande étroite,
  - β>> 1 rad ➔ Modulation FM à large bande.

Modulation FM à bande étroite: Définition

- Le signal modulé FM est finalement donné par:

$$s(t) = Apcos[2\pi fpt + \beta sin(2\pi f_m t)]$$

avec β<< 1 radian

- En développant l'expression de *s(t)* pour β<<1, on montre que

$$s(t) = Apcos(2\pi fpt).\cos(\beta sin(2\pi f_m t))$$
$$-A_p \sin(2\pi fpt).\sin(\beta sin(2\pi f_m t))$$
$$= A_p cos(2\pi fpt) - A_p.\beta.\sin(2\pi fpt).\sin(2\pi f_m t)$$

- Formules utiles

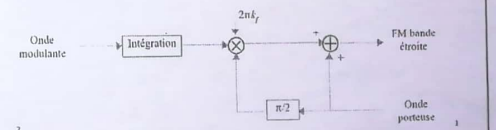
$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$
$$\cos(\beta \sin(2\pi f_m t)) \xrightarrow{\beta<<1} 1$$
$$\sin(\beta \sin(2\pi f_m t)) \xrightarrow{\beta<<1} \beta \sin(2\pi f_m t)$$

Modulation FM à bande étroite: bande passante

$$s(t) = A_p cos(2\pi f_p t) - A_p.\beta.\sin(2\pi f_p t).\sin(2\pi f_m t)$$
$$= A_p cos(2\pi f_p t) - \frac{A_p.\beta}{2}.[\cos(2\pi(f_p - f_m)t) - \cos(2\pi(f_p + f_m)t)]$$

Ce qui revient presque à une modulation AM. La bande passante requise pour la modulation FM à bande étroite est égale à $2f_m$ qui est la même bande passante de la modulation AM.

- Un signal FM à bande étroite peut être produit au moyen du schéma présenté ci-dessous



Scanned by CamScanner

Modulation FM à large bande: Définition

- On va essayer de déterminer le spectre du signal FM pour une valeur quelconque de β. En supposant que la fréquence de la porteuse est grande par rapport à la bande du signal FM, le signal peut être réécrit comme suit:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)) \\ &= \Re\{\underbrace{A_c \exp(j\beta \sin(2\pi f_m t))}_{e_s(t)} \exp(j2\pi f_c t)\} \end{aligned}$$

- $s(t)$ ressemble dans ce cas à une modulation AM mais avec une amplitude complexe $e_s(t)$ appelée aussi enveloppe complexe.

Modulation FM à large bande: Définition

- $e_s(t)$ est un signal périodique, de fréquence f_m.
  ➔ Il est possible de représenter cet enveloppe à l'aide de la décomposition en séries de Fourier.

$$e_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} c_k e^{2\pi j k f_m t}$$

Avec:

$$c_k = f_m \int_{-1/2f_m}^{1/2f_m} e_s(t) e^{-2\pi j k f_m t} dt$$

$$= f_m \int_{-1/2f_m}^{1/2f_m} A_p e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} . e^{-2\pi j k f_m t} dt$$

Modulation FM à large bande: Définition

- Soit le changement de variable suivant: $x = 2\pi f_m t$, c_k est alors donné par l'équation suivante:

$$c_k = \frac{A_p}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\beta \sin(x)} e^{-jkx} dx$$

$$= A_p J_k(\beta)$$

J_k : la fonction de Bessel de première espèce d'ordre k

- L'expression du signal modulé est alors donnée par:

$$s(t) = \Re\left\{ e_s(t) . e^{j2\pi f_p t} \right\}$$

$$= \Re\left\{ A_p \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\beta) . e^{j2\pi k f_m t} e^{j2\pi f_p t} \right\}$$

$$= \Re\left\{ A_p \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\beta) . e^{j2\pi (k f_m + f_p) t} \right\}$$

$$= A_p \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\beta) . \cos(2\pi (k f_m + f_p) t)$$

β	$J_0(\beta)$	$J_1(\beta)$	$J_2(\beta)$	$J_3(\beta)$	$J_4(\beta)$	$J_5(\beta)$	$J_6(\beta)$	$J_7(\beta)$	$J_8(\beta)$	$J_9(\beta)$	$J_{10}(\beta)$	$J_{11}(\beta)$
0	1	0										
0.2	0.99	0.099	0.005	0.0002								
0.25	0.98	0.12										
0.4	0.9604	0.196	0.0157	0.0013								
0.6	0.912	0.2867	0.0437	0.0044								
0.8	0.8463	0.3688	0.0758	0.0102	0.001							
1	0.7652	0.4401	0.1149	0.0195	0.0025							
1.2	0.6711	0.4983	0.1593	0.0329	0.005							
1.4	0.5669	0.5419	0.207	0.0505	0.009							
1.6	0.4554	0.5699	0.2570	0.0725	0.01439							
2	0.2239	0.5767	0.3528	0.1289	0.034							
2.4	0.0025	0.5202	0.4311	0.1981	0.0643							
2.8	-0.201	0.3391	0.4783	0.2728	0.1067							
3	-0.2601	0.3391	0.4861	0.3091	0.132	0.043	0.0114					
4	-0.3971	-0.066	0.3641	0.4302	0.2811	0.1321	0.0491	0.0152	0.004			
5	-0.1776	-0.3276	0.0466	0.3648	0.3912	0.2611	0.131	0.0534	0.0184	0.0055		
6	0.1509	-0.2767	-0.2429	0.1148	0.3576	0.3621	0.2458	0.1296	0.0565	0.0212	0.0069	
7	0.3001	-0.0047	-0.3014	-0.1676	0.1578	0.3479	0.3392	0.2336	0.128	0.0580	0.0235	0.0083

Tab. 1: Coefficients de Bessel de première espèce pour différentes valeurs de β

Scanned by CamScanner

$$P_s = \sum_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2$$

$$= 2\left\{\left(\frac{A_p^2}{4}\right) + \left(\frac{m^2 A_p^2}{16}\right) + \left(\frac{m^2 A_p^2}{16}\right)\right\}$$

$$= \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2 m^2}{8} + \frac{A_p^2 m^2}{8}$$

$$= \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2 m^2}{4}$$ → P. signal utile.

↓

P. porteuse

$u(t)$ quelconque :

$$P_s = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A_p^2 (1 + k u(t))^2 \cos^2(2\pi f_p t)\, dt$$

↓

$$\frac{1 + \cos(4\pi f_p t)}{2}\, dt$$

$$= \text{" "}$$

1er Incon. ⇒ Utilisation dans porteuse

2ème Incon : avec une seule bande.

Scanned by CamScanner

$s(t) = A_p\left(1 + kA_u \cos(2\pi f_u t)\right)\cos(2\pi f_p t)$

$-1 \leq \cos(2\pi f_u t) \leq 1$

positive $\begin{cases} A_p(1+m) \\ A_p(1-m) \end{cases}$ $\begin{cases} m < 1 \\ m = 1 \\ m > 1 \end{cases}$

négative $\begin{cases} -A_p(1+m) \\ -A_p(1-m) \end{cases}$

Puissance :

1ère méthode :

$$P_s = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)^2 \, dt$$

+ $u(t)$ est une sinusoïde :

$s(t) = A_p\left(1 + m\cos(2\pi f_u t)\right)\cos(2\pi f_p t)$

$= A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{A_p m}{2}\cos\left(2\pi(f_p+f_u)t\right) + \frac{A_p m}{2}\cos\left(2\pi(f_p-f_u)t\right)$

$$P_s = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A_p^2 \cos^2(2\pi f_p t) + \frac{A_p^2 m^2}{4}\cos^2\left(2\pi(f_p+f_u)t\right) + \frac{A_p^2 m^2}{4}\cos^2\left(2\pi(f_p-f_u)t\right).$$ ①

• $s(t) = A_p\left(1 + m\cos(2\pi f_u t)\right)\cos(2\pi f_p t)$

$s(t)^2 = A_p^2\left(1 + 2m\cos(2\pi f_u t) + m^2\cos^2(2\pi f_u t)\right)\cos^2(2\pi f_p t)$

$$= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} 2m\cos(2\pi f_u t)\cos^2(2\pi f_p t)$$

② autre :

$$\int_{-T/2}^{T/2} \cos^2(2\pi f_p t)\,dt = \frac{1}{2}\int 1 + \cos(4\pi f_p t)\,dt$$

$$= \frac{1}{2}\left[t + \frac{\sin 4\pi f_p t}{4\pi f_p t}\right].$$

$\Rightarrow$

$$P_s = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{t}{2} + \frac{\sin 4\pi f_p t}{8\pi f_p}\right)_{-T/2}^{T/2} + \frac{A_p^2 m^2}{4}\left[\frac{t}{2} + \frac{\sin(4\pi(f_p+f_u)t}{8\pi(f_p+f_u)}\right]_{-T/2}^{T/2} + \frac{A_p^2 m^2}{4}\left[\frac{t}{2} + \frac{\sin(4\pi(f_p-f_u)t}{8\pi(f_p+f_u)}\right]_{-T/2}^{T/2}\right.$$

① donne : $\frac{A_p^2}{2}$

② donne : $\frac{A_p^2 m^2}{8}$

③ donne $\frac{A_p^2 m^2}{8}$

$$P_s = \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2 m^2}{8} + \frac{A_p^2 m^2}{8}$$

$$P_s = \frac{A_p^2}{2} + \frac{A_p^2 m^2}{4}$$

Scanned by CamScanner

- en temps (t)

- en fréquence : $U(f) = T.F\ (u(t))$

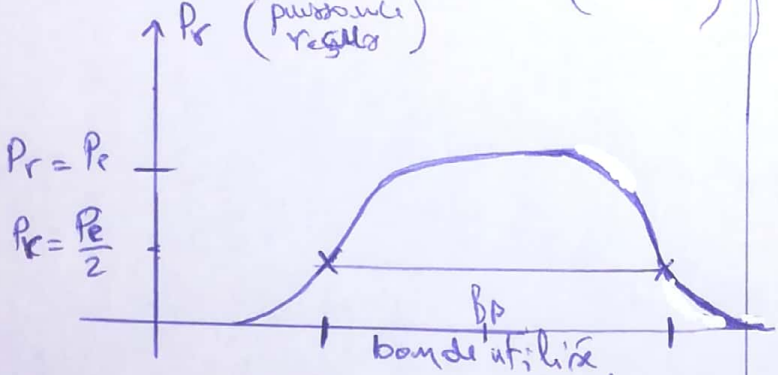
$|U(f)|$ => spectre du signal $u(t)$.

signal complexe

- en bande de base (base fréquence pour une courte distance)

- à large bande (à haute fréquence longue distance)

P_e (à émise)



chaque sous bande aura fr porteuse f_p

$p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$ fréquence porteuse T_p

$s(t) \longrightarrow (\times) \longrightarrow m(t)$

f : fréquence base

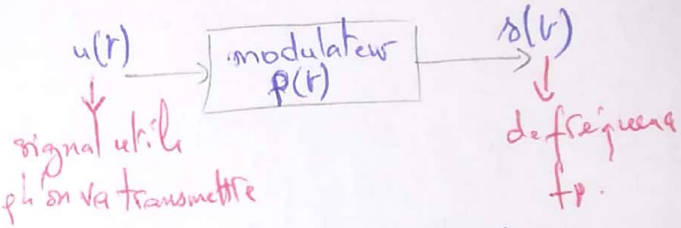
T_s

Modulation, transpose le signal d'une autre bande autour de f_p

T_s < signal qui varie lentement => T_p >

signal qui varie rapidement.

Objectif : placé chaque spectre du signal dans une fréquence bien déterminer.



$u(t) = A_u \cos(2\pi f_u t + \varphi_u)$

=> signal modulant

$p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \varphi_p)$: porteuse

$s(t) = A_s \cos(2\pi f_p t + \varphi_p)$

=> AM : Modulation d'amplitude

$g(u(t)) = k(1 + k\,u(t))$

$= k(1 + kA_u \cos(2\pi f_u t))$

m = indice de modulation

approximation $k = 1$

=> $s(t) = A_p(1 + m \cos 2\pi f_u t) \cos 2\pi f_p t$

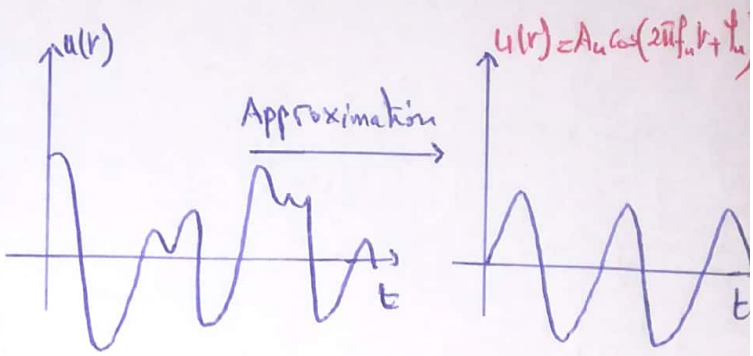
$g(u(t)) \cdot p(t)$.

Scanned by CamScanner

Source

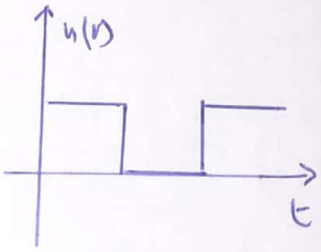
- Analogique : signal continu

(Voix, musique, image, ~~soit~~ grandeur physique (pression, température, mesure ...)



- Numérique : signal discret sous forme d'une suite binaire (0 et 1)

(ordinateur ...)



Source Analogique → Transcodeur

Exp pour la voix : microphone

↓

Transformer le signal vocale à un signal électrique.

Voix
- Voix aigue (> 20 kHz)
  ↓ (Exp voix de la femme)
- Voix grave (< 20 Hz)
  ↓ Exp voix de l'homme

→ Vibration dans l'air des cordes vocales.

Scanned by CamScanner

Modulation FM à large bande: Spectre

- Le signal modulé FM à large bande:

$$s(t) = A_p \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\beta).\cos(2\pi(kf_m + f_p)t)$$

- Le spectre du signal modulé FM est donné par:

$$S(f) = TF\left(s(t)\right)$$
$$= \frac{A_p}{2}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p+kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p+kf_m)\right]\right\}$$

Modulation FM à large bande: Spectre

- Le spectre du signal modulé FM est donné par:

$$S(f) = \frac{A_p}{2}J_0(\beta)\left\{\delta(f-f_p)+\delta(f+f_p)\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p+kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p+kf_m)\right]\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=-\infty}^{-1} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p+kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p+kf_m)\right]\right\}$$

- S(f) peut s'écrire aussi sous la forme suivante:

$$S(f) = \frac{A_p}{2}J_0(\beta)\left\{\delta(f-f_p)+\delta(f+f_p)\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p+kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p+kf_m)\right]\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} J_{-k}(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p-kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p-kf_m)\right]\right\}$$

Modulation FM à large bande: Spectre

- Or $J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$, d'où on a:

$$S(f) = \frac{A_p}{2}J_0(\beta)\left\{\delta(f-f_p)+\delta(f+f_p)\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p+kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p+kf_m)\right]\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p-kf_m)\right]+\delta\left[f+(f_p-kf_m)\right]\right\}$$

- S(f) peut se mettre finalement sous la forme suivante:

$$S(f) = \frac{A_p}{2}J_0(\beta)\left\{\delta(f-f_p)+\delta(f+f_p)\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f-(f_p+kf_m)\right]+(-1)^k\delta\left[f-(f_p-kf_m)\right]\right\}$$
$$+\frac{A_p}{2}\sum_{k=1}^{+\infty} J_k(\beta).\left\{\delta\left[f+(f_p+kf_m)\right]+(-1)^k\delta\left[f+(f_p-kf_m)\right]\right\}$$

Modulation FM à large bande: Spectre

- A partir de la dernière expression de S(f), on peut dire que le spectre contient une première raie exactement à la fréquence de la porteuse et une infinité de raies disposées symétriquement par rapport à la porteuse, et à des distances de f_m, $2f_m$, $3f_m$, ... par rapport à cette première raie.
- Ce résultat est différent de ce qui se passe avec une modulation AM, où le signal modulant donne lieu à deux raies, disposées symétriquement autour de la raie de la porteuse.

Scanned by CamScanner

Modulation FM à large bande: Spectre

- Le cas particulier d'une bande étroite (β << 1) pourrait se déduire à partir de la dernière expression de S(f).
- En effet, pour β << 1, on a:
  - $J_0(\beta) \sim 1$
  - $J_1(\beta) \sim \beta/2$
  - $J_{|k|>1}(\beta) \sim 0$
- Donc, dans l'expression de S(f) uniquement les termes correspondant à *k=0,1* donnent lieu à une contribution et le spectre contient une raie à la porteuse et deux raies latérales aux fréquences $f_p \pm f_m$. Cette situation correspond au cas de la modulation AM.

Modulation FM à large bande: Puissance

- La puissance totale du signal modulé est donnée par:

$$P_S = 2.\left[\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty}\left(\frac{A_p}{2}J_k(\beta)\right)^2\right]$$
$$= \frac{A_p^2}{2}\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty}J_k^2(\beta)$$
$$= \frac{A_p^2}{2}$$

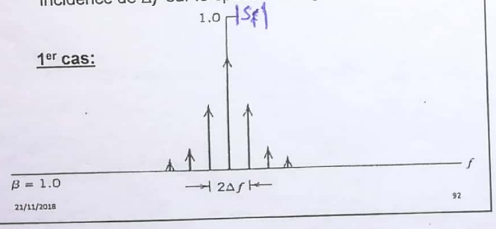
➔ **Il est important de mentionner que la puissance du signal modulé est indépendante de la valeur de β.**

Modulation FM à large bande: Bande passante

- Quand β augmente, les raies d'ordres supérieurs prennent de plus en plus de valeurs au détriment des raies d'ordres inférieurs de façon à garder une puissance moyenne (P_s) constante.

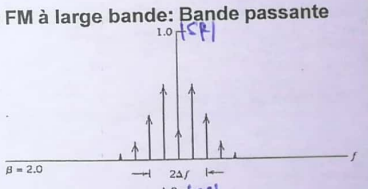
Incidence de Δf sur le spectre du signal modulé FM

1er cas:

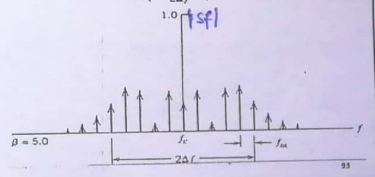


Modulation FM à large bande: Bande passante

2ème cas:



3ème cas:



Scanned by CamScanner

Modulation FM à large bande: Bande passante

- A une valeur de f_m fixée, lorsque Δf augmente (et donc β augmente), l'espacement entre raies ne change pas, mais d'avantage de raies apparaissent ➔ le spectre s'élargit et le nombre de raies à l'extérieure de la bande $[f_c-\Delta f, f_c+\Delta f]$ se réduit aussi.
- Dès lors, lorsque Δf diminue, à f_m fixée, β va diminuer, et le nombre de raies se restreint (tendre vers le cas bande étroite).
- Lorsque $\beta \to \infty$, la bande occupée atteint la valeur de $2\Delta f$.

Modulation FM à large bande: Bande passante

- En théorie, un signal FM contient un nombre infini de raies latérales qui rendent de ce fait la bande requise infinie. En pratique, il est possible de limiter le spectre FM à un nombre fini de raies latérales, et cela, au prix d'une distorsion (temporelle) du signal qui reste limitée en fréquence.
- Dans le cas du signal modulant sinusoïdal, pour de grandes valeurs de l'indice de modulation β, la bande dépasse légèrement $2\Delta f$. Inversement, pour un indice de modulation faible, le spectre est de largeur 2fm.
- La règle empirique pour le calcul de la bande passante requise en FM pour un signal modulant sinusoïdal, est

$$B_c = 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$$

Cette relation est connue sous le nom de **formule de Carson**.

Bande passante dans le cas d'un signal modulant quelconque

- Dans le cas d'un signal modulant quelconque, dont la fréquence la plus élevée est f_{max}, on suppose que la bande requise est la même que celle du signal sinusoïdal de fréquence f_{max}. On définit alors pour un signal quelconque le paramètre $D = \Delta f/f_{max}$, qui est l'équivalent de β pour un signal sinusoïdal.
- En remplaçant β par D, et f_m par f_{max}, on peut utiliser la formule de Carson pour le calcul de la bande passante

$$B_c = 2\Delta f + 2f_{\max} = 2\Delta f\left(1+\frac{1}{D}\right)$$

Remarque: En pratique la formule de Carson sous-estime quelque peu la bande requise.

Production de signaux FM

Il existe principalement deux méthodes :

- La méthode directe consiste à faire varier la fréquence de la porteuse en fonction du signal modulant.

➔ Ceci est obtenu grâce à un oscillateur contrôlé en tension (VCO, voltage controlled oscillator). Ce type de circuit utilise une diode à capacité variable (Varicap) qui joue le rôle d'un condensateur dont la valeur de la capacité dépend de la tension modulante.

- La méthode indirecte consiste à:

1) générer un signal modulé en fréquence à bande étroite

2) augmenter la déviation en fréquence par multiplication de fréquence.

Le principe de cette modulation est décrit dans la suite.

Scanned by CamScanner

Production de signaux FM

- Supposons qu'on veut moduler un signal en bande de base dont la fréquence varie entre f_{min}=5Khz et f_{max}=20Khz à une fréquence de porteuse f_p=100Mhz et avec une excursion maximale en fréquence Δf=75Khz.
- Si on suppose dans ce cas que le signal est la somme de plusieurs sinusoïdes, les valeurs de β relatives à ces signaux varient entre $\Delta f/f_{min}$=15 et $\Delta f/f_{max}$=D=3.75 ce qui ne correspond pas à un signal FM à bande étroite.
- Pour résoudre ce problème, on se propose de diviser Δf par 2^{12}=4096, on obtient alors une valeur Δf_0=18.31Hz. La fréquence de modulation doit aussi être divisé par le même facteur: f_{p0}=24.41 Khz. Dans ce cas, on est sûr que la valeur de β est inférieure à 0.366, ce qui est une bonne approximation d'un signal FM à bande étroite.

Production de signaux FM

- Le signal FM à bande étroite $s_0(t)$ obtenu est de la forme:

$$s_0(t) = A_0 \cos\left(2\pi f_{p0} t + 2\pi k_{fp0} \int_0^t m(\tau) d\tau\right)$$

- Par la suite, en multipliant le signal par lui même 12 fois et en appliquant un filtre passe-haut, on obtient le signal:

$$\frac{A_0^{\,2^{12}}}{2^{12}} \cos\left(2\pi .2^{12} f_{p0} t + 2\pi 2^{12} k_{fp0} \int_0^t m(\tau) d\tau\right)$$
$$= \frac{A_0^{\,2^{12}}}{2^{12}} \cos\left(2\pi f_p t + 2\pi k_{fp} \int_0^t m(\tau) d\tau\right)$$
$$= s(t)$$

Démodulateur FM

- Afin de démoduler un signal FM, plusieurs méthodes ont été développées comme par exemple:

- La démodulation par boucle à verrouillage de phase qui consiste à faire la détection et le suivi de la phase en chaque instant en utilisant un système asservi.

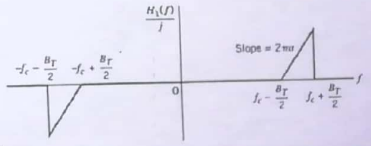
- La démodulation de fréquence par discriminateur qui consiste à extraire la fréquence instantanée par un filtrage dérivateur suivi d'une détection d'enveloppe que l'on va détailler dans la suite.

Démodulateur FM

- Supposons qu'on dispose d'un filtre réel dont la réponse fréquentielle est donnée par

$$H(f) = \begin{cases} j2\pi\left(f - f_p + B_c/2\right) & si \quad f_p - B_c/2 \le f \le f_p + B_c/2 \\ j2\pi\left(f + f_p - B_c/2\right) & si \quad -f_p - B_c/2 \le f \le -f_p + B_c/2 \\ 0 & autrement \end{cases}$$

- La réponse fréquentielle est donnée par la figure suivante



Scanned by CamScanner

Démodulateur FM

- Le signal modulé s'écrit sous la forme suivante:

$$s(t) = \frac{e_s(t)e^{j2\pi f_p t} + \hat{e}_s(t)e^{-j2\pi f_p t}}{2}$$

Avec: $e_s(t) = e^{j2\pi k_f \int m(\tau)d\tau}$

$$\hat{e}_s(t) = e^{-j2\pi k_f \int m(\tau)d\tau}$$

- La réponse fréquentielle est donnée par:

$$S(f) = \frac{E_s(f-f_0) + \hat{E}_s(f+f_0)}{2}$$

Démodulateur FM

- Le signal modulé par $H(f)$, appelé $S_1(f)$ est donné par

$$\begin{aligned} S_1(f) &= H(f)S(f) \\ &= j\pi a(f-f_c+B_c/2)E_s(f-f_0) + j\pi a(f+f_c-B_c/2)\hat{E}_s(f+f_0) \\ &= a\frac{j2\pi(f-f_c)E_s(f-f_0) + j2\pi(f+f_c)\hat{E}_s(f+f_0)}{2} - \pi a B_c \frac{E_s(f-f_0) - \hat{E}_s(f+f_0)}{2j} \end{aligned}$$

- Par la suite, comme la multiplication par j2πf en fréquence correspond à une dérivation temporelle, alors

$$TF\left\{\frac{de_s(t)}{dt}\right\} = j2\pi f E_s(f)$$

- Ainsi:

$$TF\left\{\frac{de_s(t)}{dt}\exp(j2\pi f_c t) + \frac{d\hat{e}_s(t)}{dt}\exp(-j2\pi f_c t)\right\} = \frac{j2\pi(f-f_c)E_s(f-f_0) + j2\pi(f+f_c)\hat{E}_s(f+f_0)}{2}$$

Démodulateur FM

- Donc, il est possible de retrouver $s_1(t)$,

$$\begin{aligned} s_1(t) &= a\frac{e_s'(t)\exp(j2\pi f_c t) + \hat{e}_s'(t)\exp(-j2\pi f_c t)}{2} - \pi a B_c \frac{e_s(t)\exp(j2\pi f_c t) - \hat{e}_s(t)\exp(-j2\pi f_c t)}{2j} \\ &= -a2\pi k_f m(t)\sin(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m) - \pi a B_c \sin(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m) \\ &= \pi a B_c [1 + 2k_f m(t)/B_c]\cos(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m + \pi/2) \end{aligned}$$

- Le signal $s_1(t)$ est modulé à la fois en phase et en amplitude en fonction de $m(t)$. Toutefois, en supposant que

$$\left|\frac{2k_f m(t)}{B_c}\right| < 1$$

- Il est possible d'appliquer un détecteur d'enveloppe pour retrouver à la fin le signal démodulé

$$m_d(t) = 2\pi a k_f m(t)$$

Bibliographie

- L. Vandendorpe, « Télécommunications », Université catholique de Louvain, 187 pages, 2010.
- A. Bournel, « Systèmes de Télécommunications,Partie I : Introduction et circuits "télécom" », Université Paris XI, 38 pages, 2002.
- U.A. Bakshi and A.P. Godsex, « Analog Communication », Technical Publications, ISBN : 9788184311402, 340 pages , 2002.
- M. Christophe, « Transmission des signaux, Cours et exercices d'électronique, 2ème édition », Tec & Doc (Editions), ISBN : 2-7430-0345-6, 344 pages, 1999.
- D. Ventre, « Communications analogiques », Ellipse : Collection pédagogique de télécommunication, ISBN: 9782729891619, 336 pages, 1998.

Scanned by CamScanner

Propriété de Bessel.

1) $J_k(\beta)$ réel

$J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$

pour k paire :

$$\begin{cases} J_k(\beta) = J_{-k}(\beta) & \text{si } k \text{ est paire} \\ J_k(\beta) = -J_{-k}(\beta) & \text{si } k \text{ est impair} \\ \sum_{-\infty}^{+\infty} J_k^2(\beta) = 1 \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

Modulation Angulaire:

Av plus performante sur un canal bruité (surtout pour un bruit faible)

→ modulation de phase:

$$\varphi_i(t) = 2\pi f_p t + k_p\, m(t)$$

→ modulation de fréquence:

$$f_i(t) = f_p + k_f . m(t).$$

Incon: une bande passante plus importante que celle de Modulation d'Amplitude.

$$\Omega = 2\pi f$$

$$= \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

$$\varphi(t) = 2\pi \int_0^t f(\tau)\, d\tau.$$

① Modulation de phase:

$$\varphi_i(t) = \underbrace{2\pi f_p t} + \underbrace{k_p}\, m(t)$$

→ phase instantanée de la porteuse non-modulée → sensibilité du modulateur de phase.

$$s(t) = A_p \cos\left(2\pi f_p t + k_p\, m(t)\right) \quad (1)$$

② Modulation de fréquence:

$$f_i(t) = \underbrace{f_p} + \underbrace{k_f} \cdot m(t)$$

→ fréquence instantanée de la porteuse non-modulée → sensibilité du modulateur de fréq.

$$s(t) = A_p \cos\left(2\pi f_p t + k_f\, 2\pi \int_0^t m(\tau)\, d\tau\right) \quad (2)$$

$$s(t) = A_p \cos\left(\varphi_i(t)\right)$$

or $\varphi_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau)\, d\tau$

$$= 2\pi \int_0^t \left(f_p + k_f\, m(t)\right) d\tau$$

$$= 2\pi f_p t + 2\pi k_f \cdot \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$

D'après ① et ② on a:

La modulation de fréquence est une modulation de phase avec un signal modulant:

$$m_1(t) = 2\pi \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$

La modulation de phase est une modulation de fréquence avec un signal modulation:

$$m_2(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{dm_1(t)}{dt}$$

Modulation de fréquence

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$$p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$$

⇒ la fréquence instantanée du signal modulée s'écrit alors:

$$f_i(t) = f_p + k_f \cdot A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$$= f_p + \Delta_f \cos(2\pi f_m t)$$

→ déviation de la fréq: c'est l'écart maximal de la fréquence (dépend de A_m)

$$s(t) = A_p \cos(\varphi_i(t))$$

$$\varphi_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau)\, d\tau$$

$$= 2\pi \int_0^t \left(f_p + k_f\, m(t)\right) d\tau$$

$$= 2\pi \int_0^t \left(f_p + \Delta_f (\cos 2\pi f_m \tau)\right) d\tau$$

Scanned by CamScanner

$= 2\pi f_p t + 2\pi \Delta f \int_0^t \cos(2\pi f_m \tau)\, d\tau$

$= 2\pi f_p t + 2\pi \Delta f \left[\frac{\sin 2\pi f_m \tau}{2\pi f_m} \right]_0^t$

$= 2\pi f_p t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$

$= 2\pi f_p t + B \sin(2\pi f_m t)$

$\frac{\Delta f}{f_m}$: l'indice de modulation FM qui est mesuré en radian (rd).

- 2 cas qu'on peut distinguer:

si $\beta \ll 1$ rd $\Rightarrow$ modulation FM à bande étroite

$\beta \gg 1$ rd $\Rightarrow$ " " à large bande

① Modulation FM à bande étroite:

$s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \beta \sin(2\pi f_m t))$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a . \sin b .$

$\Rightarrow s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) . \cos(\beta \sin 2\pi f_m t) - A_p \sin(2\pi f_p t) . \sin \beta (\sin 2\pi f_m t)$

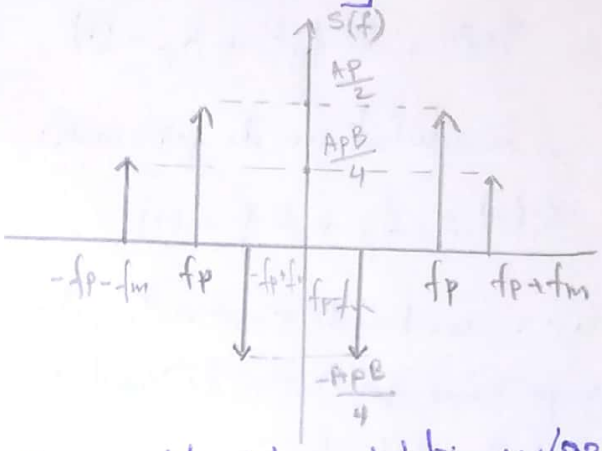
$\beta << 1 \rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \cos x = 1$

$\Rightarrow s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) - A_p \sin(2\pi f_p t) . (\beta \sin(2\pi f_m t))$

$A_p \cos(2\pi f_p t) - A_p . B \sin(2\pi f_p t) . \sin(2\pi f_m t)$

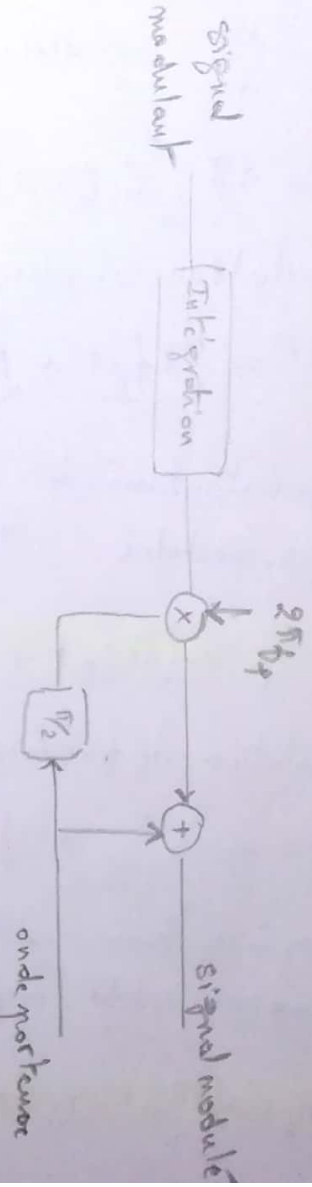
$= A_p \cos(2\pi f_p t) - \frac{A_p B}{2} \left[\cos((2\pi (f_p - f_m) t) - \cos((2\pi (f_p + f_m) t) \right] .$



$\Rightarrow$ Sa ressemble à la modulation AM (BBAP)

Schéma du modulateur FM à bande étroite

(cont).



Scanned by CamScanner